



**ТЕМА**

***Дифференциальные  
уравнения.***

# ***Закон естественного роста***

Законом естественного роста называют такой закон, по которому скорость роста вещества пропорциональна количеству вещества. Найти формулу для определения количества вещества в любой момент времени, если известно, что в начальный момент времени  $t = 0$  количество вещества равнялось  $y_0$ .

# ***Рост инвестиций***

Экономисты установили, что скорость роста инвестированного капитала в любой момент времени  $t$  пропорциональна величине капитала с коэффициентом пропорциональности, равным согласованному проценту  $R$  непрерывного роста капитала. Найти закон роста инвестированного капитала, учитывая величину начальной ( $t = 0$ ) инвестиции  $\hat{E}_0$

# Задача о рекламе

Торговой фирмой реализуется продукция, о которой в момент времени  $t$  знают лишь  $x$  покупателей из числа потенциальных  $n$  покупателей. После объявления рекламы скорость изменения количества покупателей, которым известно о продукции, пропорциональна как количеству покупателей, которые знают о товаре, так и количеству покупателей, которым о нем ничего не известно. Определить закон изменения во времени количества покупателей  $x$ , которые знают о продукции, если в начальный момент времени ( $t = 0$ ) о ней узнали  $n/y$  человек (время отсчитывается от момента объявления рекламы),  $y$  — заданное число.



ТЕМА

Тесты

1. Уравнение, содержащее независимую переменную, искомую функцию, производные этой функции, называется:

*а)*

*тригонометрическим*

*б)*

*дифференциальны  
м*

*в)*

*квадратным*

2. Под начальными условиями при решении задачи Коши понимают условия, состоящие в том, что:

$$a) y(x_0) = y_0$$

$$б) y_0 = x_0;$$

$$в) y = f(x_0; y_0).$$



3. Всякая функция, которая обращает данное дифференциальное уравнение в тождество, называется его:

*а) корнем*

*б) точкой*

*в) решением*



4. Выберите из приведенных дифференциальных уравнений первого порядка линейное дифференциальное уравнение:

**a)**

$$\frac{dy}{dx} + f(x)y + g(x) = 0$$

**б)**

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

**в)**

$$\frac{dy}{f_1(y)} = f_2(x)dx$$

5. Наибольший порядок производных, входящих в дифференциальное уравнение, называется его:

*а) порядком*

*б) рангом*

*в) степенью*

6. Каждому дифференциальному уравнению соответствует  $n$  решений. Укажите значение числа  $n$ .

*a) 1*

*б)  $\infty$*

*в) 1000000*



7. Выберите из приведенных дифференциальных уравнений первого порядка однородное дифференциальное уравнение:

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

*a)*

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

*б)*

$$\frac{dy}{f_1(y)} = f_2(x)dx$$

*в)*

8. Всякое отдельно взятое решение дифференциального уравнения называется его:

*а) частным решением;*

*б) общим решением;*

*в) отдельным решением.*

9. Для решения линейного дифференциального уравнения выполняем замену:

$$y' = vx$$

a)

$$y = uZ$$

б)

$$y = \sin x$$

в)

10. Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:

$$F(x, y) = 0$$

*a)*

$$F(x, y, y', y'') = 0.$$

*б)*

$$F(x, y, y') = 0$$

*в)*



11. Задача нахождения частного решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, называется задачей:

*а) Коши;*

*б) Сарруса;*

*в) Лапласа.*

12. Выберите из приведенных дифференциальных уравнений первого порядка дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными :

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

*a)*

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

*б)*

$$\frac{dy}{f_1(y)} = f_2(x)dx$$

*в)*

13. Для решения однородного дифференциального уравнения выполняем замену:

$$y = vx$$

а)

$$y = uz$$

б)

$$y = \sin x$$

в)

14. Выберите из приведенных дифференциальных уравнений дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{dy}{f_1(y)} = f_2(x)dx.$$

a)

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

б)

$$y' + P(x)y'' = Q(x)$$

в)

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА


1. С РАЗДЕЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ
2. С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ  
ПЕРЕМЕННЫМИ
3. ОДНОРОДНЫЕ
4. ЛИНЕЙНЫЕ
5. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ
6. УРАВНЕНИЕ В ПОЛНЫХ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛАХ



The background features a white surface with decorative elements on the left side: a green balloon at the top, a light blue balloon in the middle, and a purple balloon at the bottom. Each balloon is accompanied by several small yellow triangular rays emanating from it, suggesting a sun or a festive atmosphere.

# **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ**


$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$$


$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$$

*Разделить переменные:*

$$\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$$




$$\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$$

Интегрировать обе части:

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx$$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ:

---

$$y dx = (1 + y) x dy$$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ:

$$(1 + y)dx = (1 - x)dy$$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ:

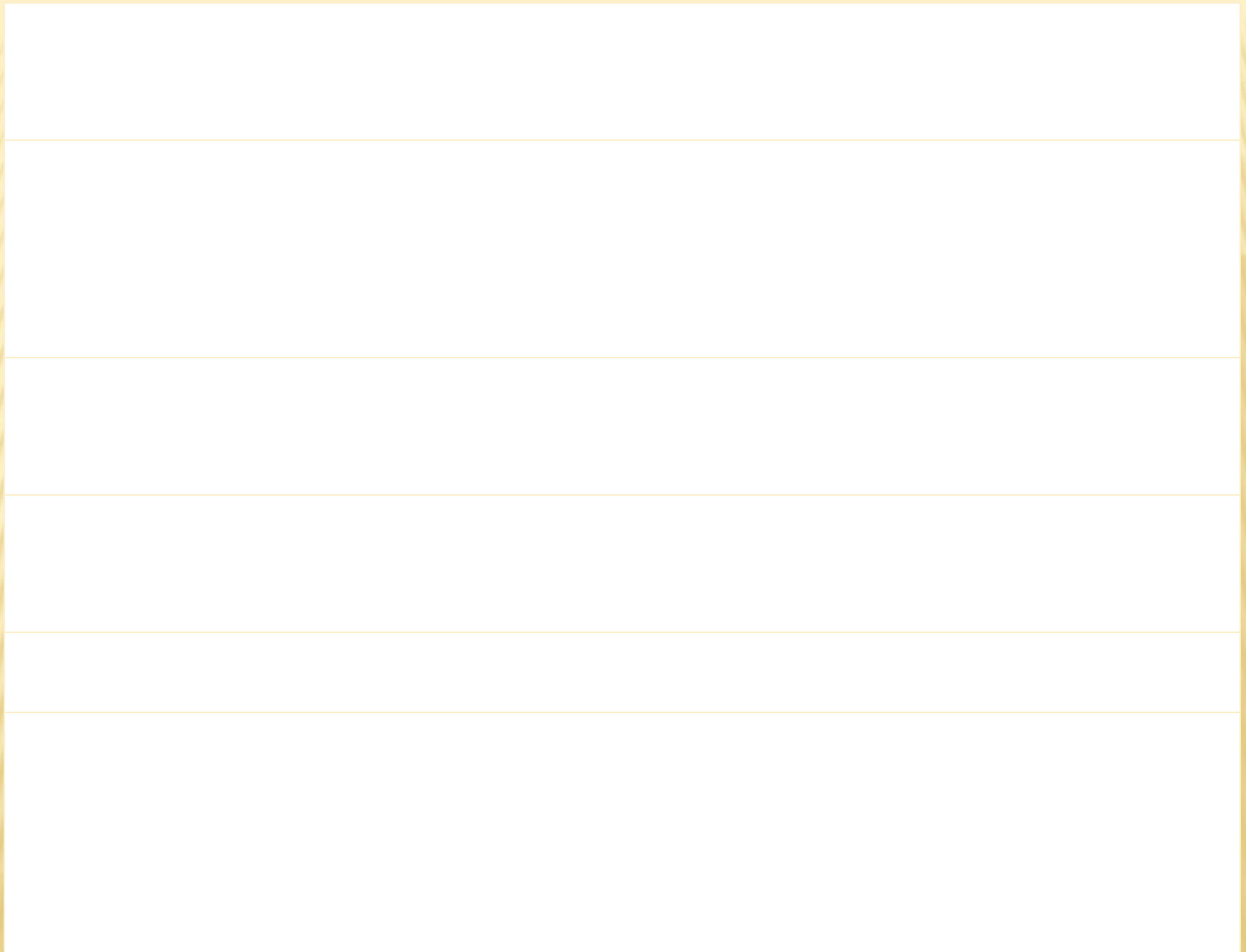
$$y' + y \cdot \operatorname{tg} x = 0.$$

|  |   |
|--|---|
| $c' = 0$                                     | $(\sin x)' = \cos x$                            |
| $x' = 1$                                     | $(\cos x)' = -\sin x$                           |
| $(kx + b)' = k$                              | $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$   |
| $(x^2)' = 2x$                                | $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| $(x^3)' = 3x^2$                              |   |
| $(x^n)' = nx^{n-1}$                          |   |
| $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$          |   |
| $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ | $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$         |
| $(e^x)' = e^x$                               | $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$        |
| $(a^x)' = a^x \ln a$                         |   |
| $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$            | $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$   |
| $(\ln x)' = \frac{1}{x}$                     | $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ |

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$dy = y' \cdot dx$$

1.  $\int dx = x + C$
2.  $\int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C, \quad \mu \neq -1$
3.  $\int e^x dx = e^x + C$
4.  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$
5.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$
6.  $\int \cos x dx = \sin x + C$
7.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
10.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$
11.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0, \quad a \neq 1$



## Домашнее задание:

- Конспект – *тема Дифференциальные уравнения*
- Григорьев В. П. -Элементы высшей математики -
- Сборник задач по высшей математике - В. П. Григорьев, Т.Н. Сабурова.
- Задание на карточках – РЕШИТЬ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.